

**POLITECHNIKA ŚLĄSKA W GLIWICACH
WYDZIAŁ INŻYNIERII ŚRODOWISKA i ENERGETYKI
INSTYTUT MASZYN i URZĄDZEŃ ENERGETYCZNYCH**

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW TRANSMITANCJI

Laboratorium automatyki

(A – 1)

Opracował: dr inż. Grzegorz Wiciak
Sprawdził: dr inż. Jerzy Widenka
Zatwierdził: dr hab. inż. Janusz Kotowicz

1 Temat ćwiczenia:

Identyfikacja transmitancji elementów automatyki.

Cel ćwiczenia

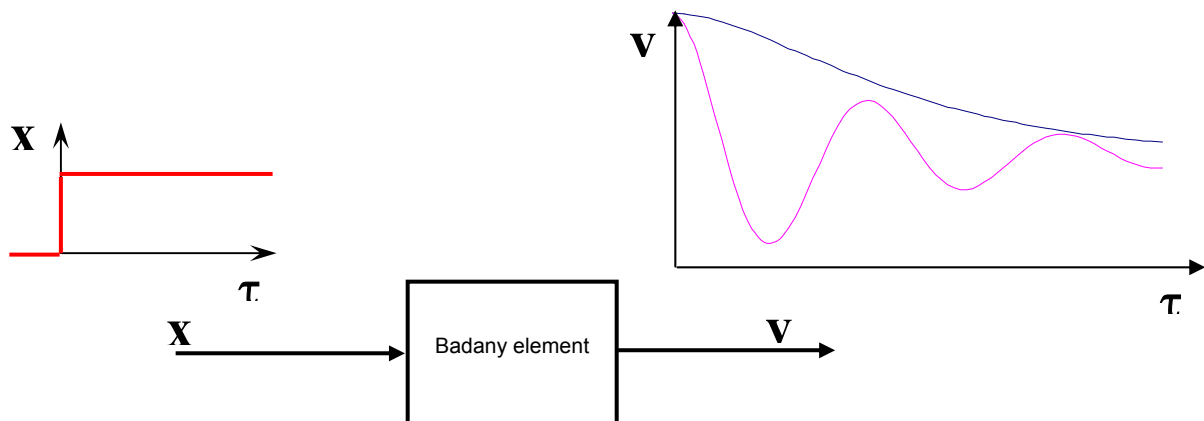
Celem ćwiczenia jest wyznaczenie parametrów transmitancji metodą charakterystyk skokowych.

Przedmiot badań:

4. Termoelement Ni-NiCr o zakresie pomiarowym 0 – 1200 °C, umieszczony w metalowej rurce zanurzony we wrzącej wodzie.
4. Oscylacyjny układ mechaniczny.

1.1 Opis metody.

Metoda polega na wymuszeniu skokowej zmiany na wejściu elementu i rejestracji przebiegu czasowego sygnału wyjściowego aż do osiągnięcia stanu ustalonego (rysunek poniżej).



Na wyjściu elementu można uzyskać dwa różni jakościowo przebiegi:

- monotoniczny
- oscylacyjny.

1.2 Monotoniczny przebieg sygnału wyjściowego.

W ogólnym przypadku monotoniczny przebieg charakterystyki skokowej odpowiada transmitancja:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k \frac{(T_{1L}s + 1) \dots}{(T_{1M}s + 1)(T_{2M}s + 1) \dots} e^{-s\tau_0}$$

gdzie: k współczynnik wzmocnienia

$e^{-s\tau_0}$ opóźnienie

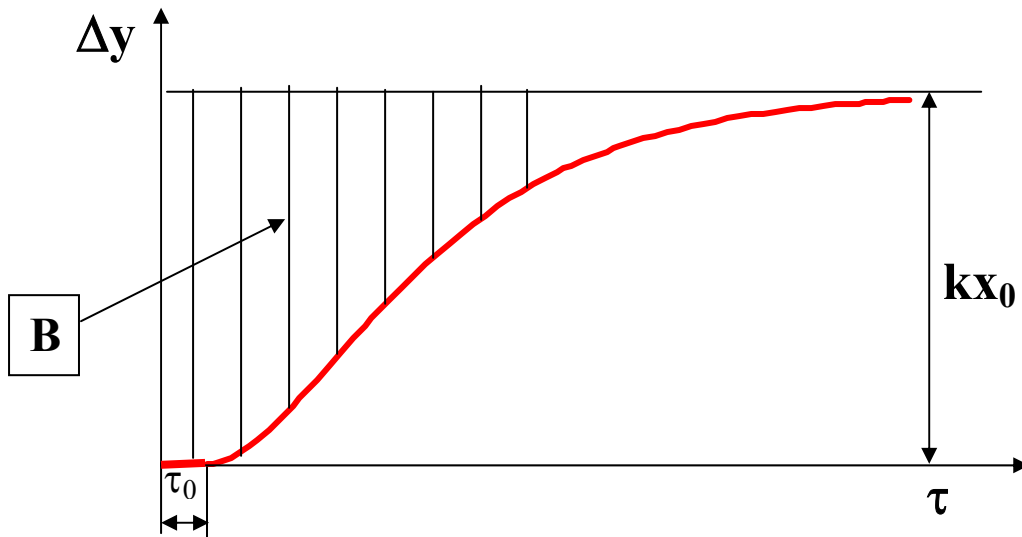
Metoda ta pozwala wyznaczyć główną stałą czasową mianownika jeżeli pozostałe stałe czasowe są istotnie mniejsze od niej, a po wyznaczeniu T_{1M} można oszacować opóźnienie τ_0 .

Dla skokowej zmiany sygnału wejściowego: $\Delta x(\tau) = x_0 \mathbf{1}(\tau)$

odpowieź elementu opisuje równanie:

$$\Delta y(\tau) = \left(\mathbf{1} - A_1 e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_{1M}}} - A_2 e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_{2M}}} + \dots \right) kx_0 \mathbf{1}(\tau - \tau_0)$$

Stałe $A_1, A_2 \dots$ mogą być ujemne lub dodatnie.



Jeżeli po pewnym przedziale czasu o przebiegu decyduje główna stała czasowa np. T_{1M} , to z równania charakterystyki skokowej wynika że w tym przedziale przebieg opisuje równanie:

$$\Delta y(\tau) = \left(\mathbf{1} - A_1 e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_{1M}}} \right) kx_0$$

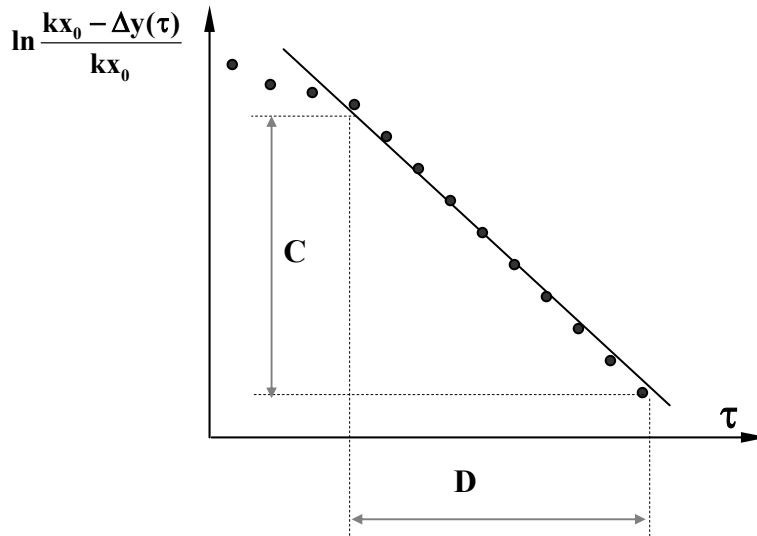
Z tego równania wynika:

$$\ln \frac{kx_0 - \Delta y(\tau)}{kx_0} = \ln A_1 - \frac{\tau - \tau_0}{T_{1M}}$$

Wartość w liczniku logarytmu naturalnego oznaczona na rysunku literą B.

Stąd wynika że na wykresie półlogarytmicznym $\ln \frac{kx_0 - \Delta y(\tau)}{kx_0}$, τ punkty pomiarowe powinny w pewnym przedziale tworzyć prostą.

Z nachylenia prostej można wyznaczyć wartość stałej czasowej T_{1M} , to znaczy: $\frac{D}{C} = T_{1M}$



Wartość współczynnika wzmocnienia k można określić dzieląc wartość charakterystyki skokowej w stanie ustalonym przez wartość skoku na wejściu:

$$k = \frac{\Delta y(\infty)}{x_0} = \frac{kx_0}{x_0}$$

Uproszczona metoda wyznaczenia stałej czasowej.

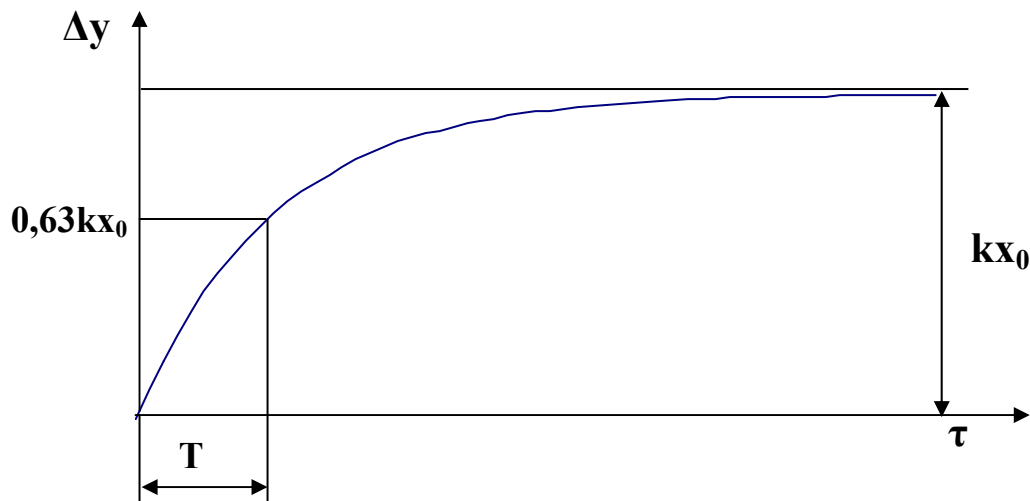
Jeżeli charakterystyka skokowa jest zbliżona do charakterystyki elementu inercyjnego I-go rzędu (brak opóźnienia i małe przegięcie w początku układu) to stałą czasową można wyznaczyć w prosty sposób.

Charakterystykę skokową elementu inercyjnego I-rzędu o transmitancji $\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{k}{Ts + 1}$ dla skokowej zmiany na wejściu $\Delta x(\tau) = x_0 \cdot 1(\tau)$ ma postać:

$$\Delta y(\tau) = k(1 - e^{-\frac{\tau}{T}})x_0$$

Dla $\tau = T$ otrzymuje się: $\Delta y(T) = 0,63 kx_0$

Stać czasowa określa przedział czasu po którym charakterystyka skokowa osiąga wartość 63% stanu ustalonego.



1.3 Przebieg oscylacyjny.

W tym przypadku zakładamy transmitancję elementu oscylacyjnego:

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0^2 s + \omega_0^2}$$

gdzie: k - współczynnik wzmocnienia

ξ - liczba tłumienia

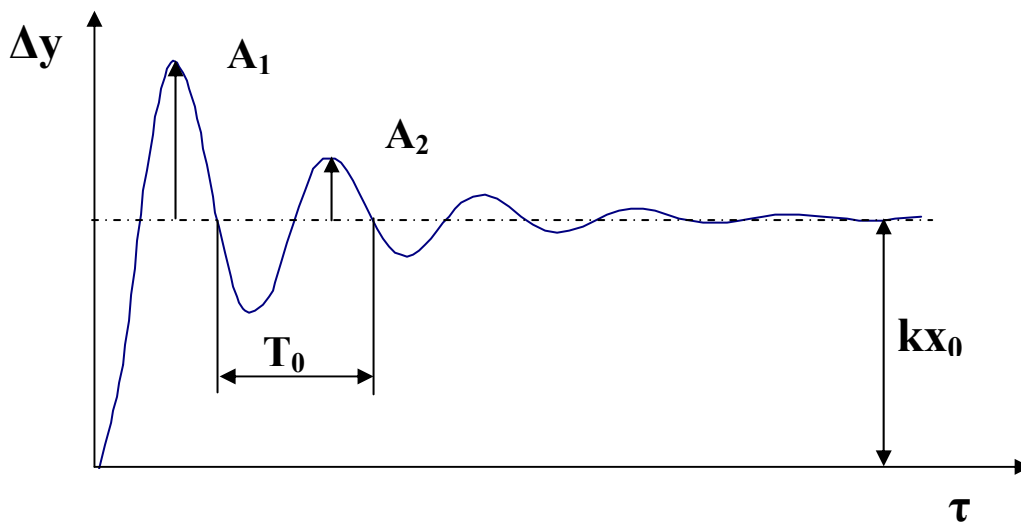
ω_0 - częstość drgań nietyłumionych

Dla wymuszenia skokowego $\Delta x(\tau) = x_0 1(\tau)$ charakterystyka skokowa ma postać:

$$\Delta y(\tau) = kx_0 \left(1 - \frac{e^{-\xi\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos(\omega\tau - \varphi) \right)$$

gdzie: $\omega = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$ - częstość drgań tłumionych

$\varphi = \arctg \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$ - przesunięcie fazowe



Parametry transmitancji wyznaczamy na podstawie wartości A_1 , A_2 , T_0 , kx_0 .

A_1 , A_2 są wartościami różnicy $A(\tau) = \Delta y(\tau) - kx_0$ dla czasów τ_1 i τ_2 różniących się okresem drgań T_0 ($\tau_2 - \tau_1 = T_0$).

-Współczynnik wzmocnienia: $k = \frac{kx_0}{x_0} = \frac{\Delta y(\infty)}{x_0}$

- Wartość liczby tłumienia ξ wyznaczamy z ilorazu $\frac{A_2}{A_1}$

Korzystając z wzoru charakterystyki skokowej, otrzymuje się:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{e^{-\xi\omega_0\tau_2} \cos(\omega\tau_2 - \varphi)}{e^{-\xi\omega_0\tau_1} \cos(\omega\tau_1 - \varphi)} = e^{-\xi\omega_0(\tau_2 - \tau_1)}$$

Zależność między ω i ω_0 oraz równanie $\omega_0(\tau_2 - \tau_1) = 2\pi$ sprowadzić powyższy wzór do postaci:

$$\frac{A_2}{A_1} = e^{-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Stąd można wyznaczyć liczbę tłumienia ξ .

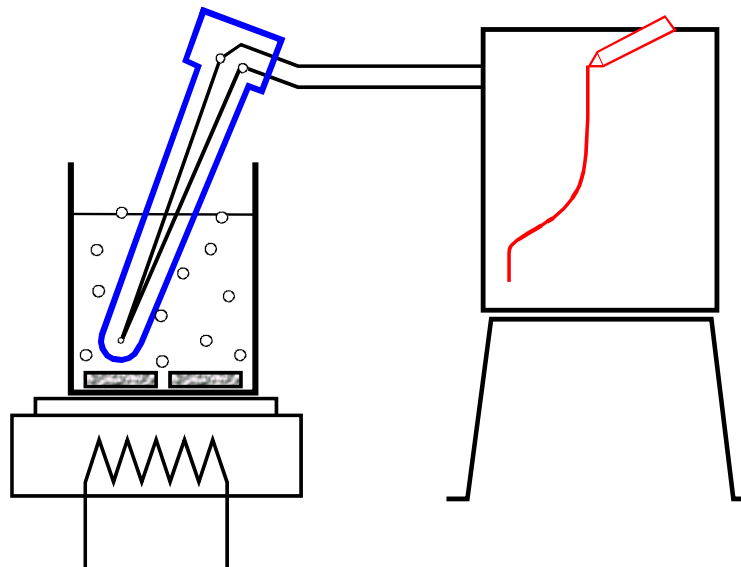
-Dla znanych wartości ξ i $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$ można obliczyć ω_0 .

1.4 Przebieg pomiarów:

a) Pomiar charakterystyki skokowej termoelementu.

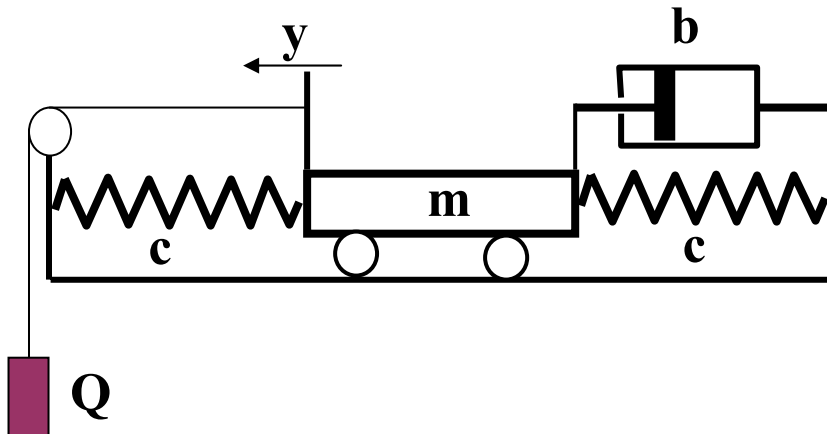
Stanowisko pomiarowe składa się z termometru, rejestratora temperatury z nastawialnym posuwem taśmy, naczynia z wodą wrzącą stojącego na kuchence elektrycznej,

Na początku termometr wraz z osłoną posiadała temperaturę ustaloną równą temperaturze otoczenia. Włączamy napęd taśmy rejestratora. Termometr wkładamy do wrzącej wody. Rejestrator rejestruje wskazania termometru (jego charakterystykę czasową dla wymuszenia skokowego).



Rys. 1.1. Stanowisko do pomiaru charakterystyki czasowej termometru

b) Identyfikacja transmitancji układu mechanicznego.



Rys . 1.2 Stanowisko do pomiaru charakterystyki skokowej układu mechanicznego.

Równanie ruchu układu ma postać:

$$m \frac{d^2 y}{d\tau^2} = Q(\tau) - b \frac{dy}{d\tau} - 2cy$$

gdzie: m – całkowita masa układu
 b – współczynnik tarcia płynnego
 c – stała sprężyny
 Q – ciężar obciążnika

Zakładając że $y(\tau) = \bar{y} + \Delta y(\tau)$ oraz $Q(\tau) = \bar{Q} + \Delta Q(\tau)$ (wartości nadkreślane odnoszą się do stanu ustalonego) i uwzględniając że $\bar{Q} = 2c\bar{y}$ otrzymuje się równanie dla przyrostów:

$$m \frac{d^2 \Delta y}{d\tau^2} = \Delta Q(\tau) - b \frac{d\Delta y}{d\tau} - 2c\Delta y$$

Stąd wynika transmitancja:

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0^2 s + \omega_0^2}$$

$$\text{gdzie: } k = \frac{1}{2c}, \quad \xi = \frac{b}{\sqrt{2mc}}, \quad \omega_0^2 = \frac{2c}{m}$$

Ponieważ wygodniej jest wymuszać wstępne przesunięcie $\Delta y(0)$ zamiast skokowej zmiany obciążenia ($\Delta Q = 0$), uwzględniając to przy transformacji równania ruchu dla przyrostów, otrzymuje się:

$$m [s^2 \Delta y(s) - s \Delta y(0)] = -b [s \Delta y(s) - \Delta y(0)] - 2c \Delta y(s)$$

Korzystając z podanych wcześniej wzorów, otrzymuje się:

$$\Delta y(s) = \Delta y(0) \frac{s + 2\xi\omega_0}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Przebieg czasowy $\Delta y(\tau)$ opisuje równanie:

$$\Delta y(\tau) = \Delta y(0) \frac{e^{-\xi\omega_0\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos(\omega\tau - \varphi)$$

$$\text{gdzie: } \omega = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \quad \varphi = \arctg \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

-Ponieważ w przebiegu czasowym $\Delta y(\tau)$ nie występuje współczynnik wzmocnienia transmitancji k , można z niego wyznaczyć tylko wartości ξ i ω_0 zgodnie ze sposobem opisanym wyżej dla charakterystyki skokowej.

-Współczynnik wzmocnienia k wyznaczamy obciążając układ różnymi ciężarami Q i mierząc odpowiadające im przesunięcia y . Dla każdej pary Q oraz y wyznaczamy k

$$k = \frac{y}{Q}, \text{ a następnie wartość średnią.}$$

2 Dodatek teoretyczny:

Wyprowadzenie wzoru na transmitancję termometru.

Przyjęto założenia: -

Przyjmujemy następujące (przybliżone) równanie różniczkowe opisujące dynamikę zmian temperatury termometru po włożeniu go do wody:

$$\frac{\vartheta_w - \vartheta_t}{R} = mc \frac{d\vartheta_t}{d\tau} \quad (2.1)$$

Gdzie:

$$\vartheta_w = \bar{\vartheta}_w + \Delta\vartheta_w \quad \vartheta_t = \bar{\vartheta}_t + \Delta\vartheta_t \quad \bar{\vartheta}_w - \bar{\vartheta}_t = 0$$

τ	czas
ϑ_w	temperatura wody (temperatura mierzona – sygnał wejściowy)
ϑ_t	temperatura termometru (temperatura wskazywana – sygnał wyjściowy)
R	opór cieplny przepływu ciepła od wody do termometru
m	masa termometru biorąca udział w procesie nagrzewania
c	ciepło właściwe termometru

Temperatura jest mierzona termoparą Ni-NiCr. Zimne końce termopary stykają się z powietrzem otoczenia, dlatego zakładamy, że mają temperaturę otoczenia. Termopara wskazuje nadwyżkę temperatury ponad temperaturę otoczenia. W temperaturze otoczenia wskazania tej termopary są równe zero.

Równanie (2.1) napisano przyjmując następujące założenia:

- w chwili początkowej $\tau = 0$ przed włożeniem termometru do wody temperatura termometru jest ustalona i równa temperaturze otoczenia
- termometr nie odprowadza ciepła do otoczenia, dlatego dopływ ciepła do termometru jest równy akumulacji ciepła w termometrze.

Wyrażenie $\frac{\vartheta_w - \vartheta_t}{R}$ jest równe strumieniowi ciepła dopływającego od wody do termometru, a wyrażenie $mc \frac{d\vartheta_t}{d\tau}$ przedstawia akumulację ciepła w termometrze.

Wstawiając w miejsce pochodnej $\frac{d}{d\tau}$ operator Laplace'a „s” otrzymamy następujące równanie operatorowe:

$$\frac{\Delta \vartheta_w(s) - \Delta \vartheta_t(s)}{R} = mc \cdot s \cdot \Delta \vartheta_t(s) \quad (2.2)$$

Po wykonaniu następujących przekształceń

$$Rmc \cdot s \cdot \Delta \vartheta_t(s) = \Delta \vartheta_w(s) - \Delta \vartheta_t(s)$$

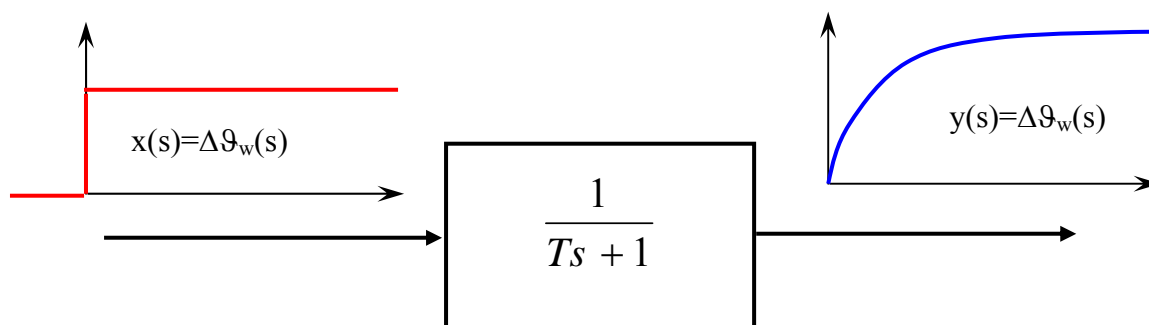
wprowadzamy stałą czasową termometru

$$T = R \cdot m \cdot c \quad (2.3)$$

$$(T \cdot s + 1) \cdot \Delta \vartheta_t(s) = \Delta \vartheta_w(s)$$

otrzymamy wzór na transmitancję termometru

$$G(s) = \frac{\Delta \vartheta_t(s)}{\Delta \vartheta_w(s)} = \frac{1}{T \cdot s + 1} \quad (2.4)$$



Rys. 2 Termometr jako element automatyki

Element automatyki o transmitancji opisanej wzorem (2.4) jest nazywany elementem inercyjnym pierwszego rzędu.

Wyprowadzenie wzoru na charakterystykę czasową termometru.

Po włożeniu termometru do wrzącej wody temperatura zewnętrzna zimnego końca termopary zmienia się skokowo od temperatury otoczenia do temperatury 100 °C. Tę zmianę temperatury zewnętrznej, stanowiącej sygnał wejściowy oznaczany zwykle przez $x(\tau)$ można zapisać za pomocą funkcji skokowej jednostkowej:

$$x(\tau) = \Delta \mathcal{G}_w(\tau) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot 1(\tau)$$

$$x(s) = \Delta \mathcal{G}_w(s) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \frac{1}{s}$$

Wskazanie termometru, czyli sygnał wyjściowy $y(\tau)$ obliczamy z równań:

$$y(s) = \Delta \mathcal{G}_i(s) = \frac{1}{Ts + 1} \cdot \Delta \mathcal{G}_w(s) \quad (2.5)$$

$$y(s) = \Delta \mathcal{G}_i(s) = \frac{1}{Ts + 1} \cdot \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \frac{1}{s}$$

$$y(\tau) = \Delta \mathcal{G}_i(\tau) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \right] \quad (2.6)$$

Wykres charakterystyki czasowej termometru dla przedstawiono na rys. 3.

Właściwości charakterystyki czasowej elementu inercyjnego pierwszego rzędu (termometru).

Dla czasu $\tau = 0$ początkowa wartość sygnału wyjściowego jest równa zero.

$$y(0) = \Delta \mathcal{G}_i(0) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{0}{T}} \right] = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot [1 - 1] = 0 \quad (2.7)$$

Dla czasu $\tau = \infty$ ustalona wartość sygnału wyjściowego jest równa

$$y(\infty) = \Delta \mathcal{G}_i(\infty) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{\infty}{T}} \right] = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot [1 - 0] = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \quad (2.8)$$

Dla czasu równego stałej czasowej $\tau = T$ wartość sygnału wyjściowego jest równa 63,2% wartości sygnału w stanie ustalonym.

$$y(T) = \Delta \mathcal{G}_i(T) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{T}{T}} \right] = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot [1 - e^{-1}] \cong 0,632 \cdot \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \quad (2.9)$$

Dla czasu równego $\tau = 3 \cdot T$ wartość sygnału wyjściowego jest równa 95% wartości sygnału w stanie ustalonym, a dla czasu $\tau = 5 \cdot T$ wartość sygnału wyjściowego jest równa 99% wartości sygnału w stanie ustalonym.

$$y(3T) = \Delta \mathcal{G}_i(3T) = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{3T}{T}} \right] = \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \cdot [1 - e^{-3}] \cong 0,95 \cdot \Delta \mathcal{G}_w(\infty) \quad (2.10)$$

Pochodna sygnału wyjściowego względem czasu jest równa.

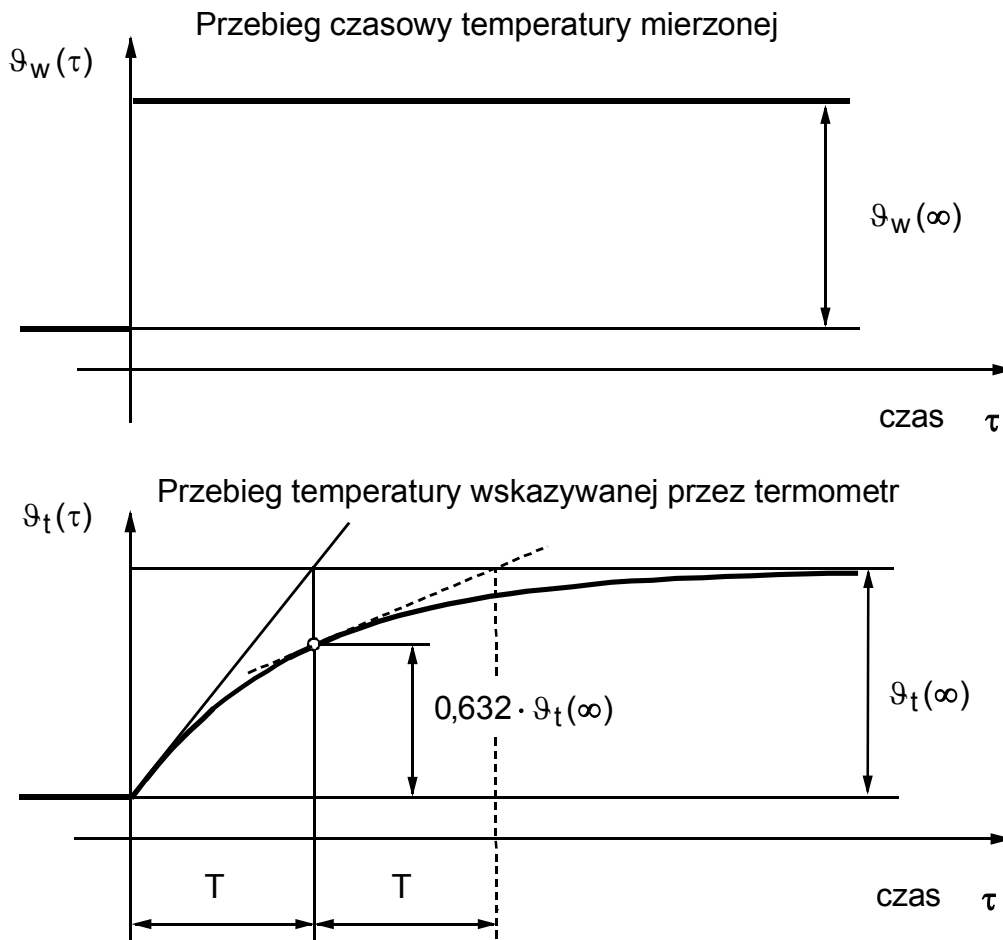
$$\frac{d}{d\tau} y(\tau) = \Delta \vartheta_w(\infty) \cdot \frac{d}{d\tau} \left[1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \right] = \frac{1}{T} \cdot \left[e^{-\frac{\tau}{T}} \right] \cdot \Delta \vartheta_w(\infty) \quad (2.11)$$

Dla czasu $\tau = 0$ wartość pochodnej sygnału wyjściowego jest równa

$$\left[\frac{d}{d\tau} y(\tau) \right]_{\tau=0} = \frac{1}{T} \cdot \left[e^{-\frac{0}{T}} \right] \cdot \Delta \vartheta_w(\infty) = \frac{\Delta \vartheta_w(\infty)}{T} = \operatorname{tg}(\alpha) \quad (2.11)$$

Pochodna sygnału wyjściowego równa tangensowi kąta nachylenia stycznej do charakterystyki czasowej, dlatego styczna pozwala wyznaczyć stałą czasową termometru. Odcinek pod styczną od punktu styczności do punktu przecięcia stycznej z asymptotą odpowiadającą stanowi ustalonemu jest równy stałej czasowej T (rys. 3).

Tę samą właściwość ma styczna wykreślona w dowolnym innym punkcie charakterystyki, ale dokładność wyznaczenia stałej czasowej zmniejsza się wraz ze zmniejszeniem się kąta nachylenia stycznej.



Rys. 3. Charakterystyka czasowa termometru

Wyprowadzenie wzoru na charakterystykę czasową termometru dla wymuszenia liniowego.

Włączamy piec elektryczny i mierzymy temperaturę wewnątrz tego pieca. Jeżeli straty ciepła do otoczenia są małe, to temperatura wewnątrz pieca zwiększa się według funkcji liniowej

$$x(\tau) = a \cdot \tau \cdot \mathbf{1}(\tau) \quad (2.12)$$

gdzie współczynnik „a” wyraża szybkość zmiany temperatury w czasie. Funkcji czasowej $x(\tau)$ odpowiada funkcja operatorowa $x(s)$ równa:

$$x(s) = a \cdot \frac{1}{s^2} \quad (2.13)$$

Funkcja wyjściowa (wskazania termometru) w postaci operatorowej $y(s)$ jest równa iloczynowi transmitancji termometru i funkcji wymuszenia w postaci operatorowej

$$y(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{a}{s^2} \quad (2.14)$$

Funkcji operatorowej (2.14) odpowiada funkcja czasowa (2.15), a jej wykres przedstawiono na rys. 4.

$$y(\tau) = a \cdot \left[\tau - T \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \right) \right] \quad (2.15)$$

Właściwości charakterystyki czasowej elementu inercyjnego pierwszego rzędu (termometru) dla wymuszenia liniowego.

Dla czasu $\tau = 0$ początkowa wartość sygnału wyjściowego jest równa zero.

$$y(0) = a \cdot \left[\tau - T \cdot \left(1 - e^{-\frac{0}{T}} \right) \right] = a \cdot [0 - T \cdot (1 - 1)] = 0 \quad (2.16)$$

Dla czasu równego $\tau \geq 3 \cdot T$ składowa wykładnicza jest mniejsza od 0,05, i może być pominięta wobec liczby 1 od której jest odejmowana, dlatego przebieg sygnału wyjściowego opisuje w przybliżeniu funkcja (2.17). Wskazania termometru są opóźnione w czasie o stałą czasową T .

$$[y(\tau)]_{\tau \geq 3T} = a \cdot \left[\tau - T \cdot \left(1 - e^{-\frac{3T}{T}} \right) \right] \cong a \cdot [\tau - T] \quad (2.17)$$

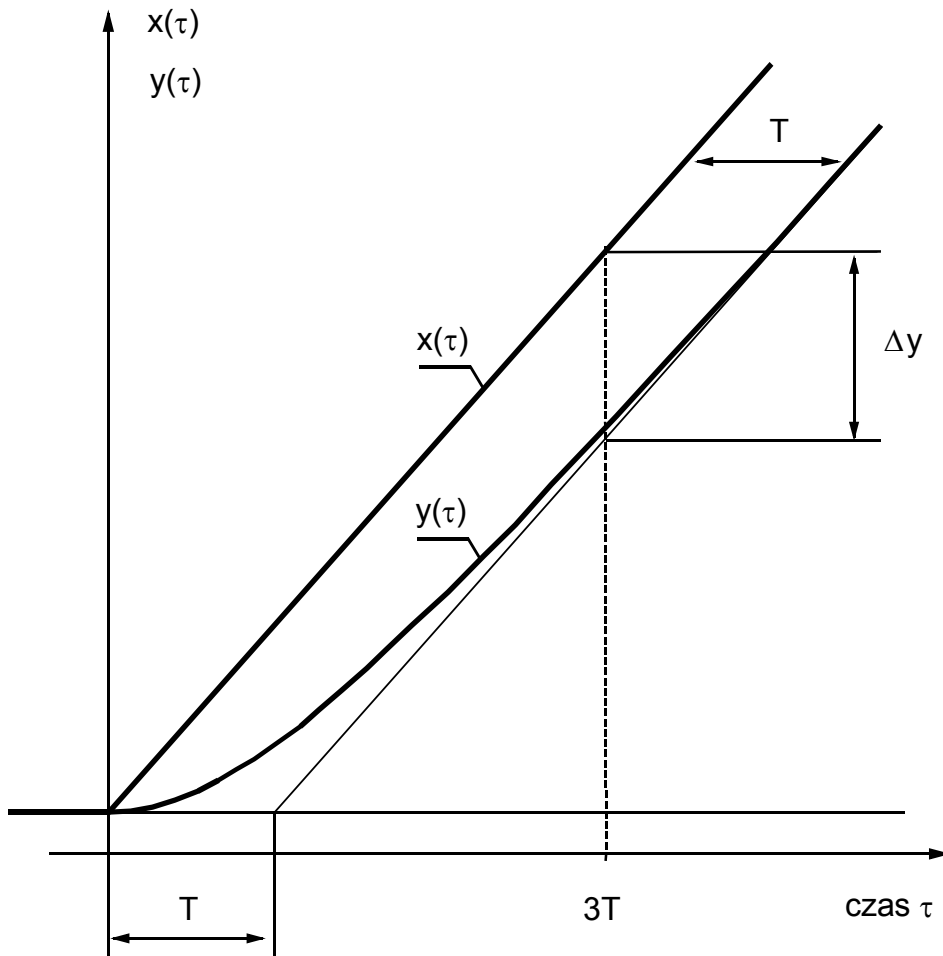
Różnica między temperaturą rzeczywistą i wskazaniami termometru dla czasu $\tau \geq 3 \cdot T$ jest równa

$$\Delta y = x(\tau) - y(\tau) = a \cdot \tau - a \cdot [\tau - T] = a \cdot T \quad (2.18)$$

Wzór (2.18) wyraża błąd dynamiczny pomiaru temperatury zwiększającej się liniowo w czasie (błąd prędkościowy). Błąd dynamiczny zależy od szybkości zmiany temperatury oraz stałej czasowej termometru.

Dla $a = 0,1 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$, $T = 100 \text{ s}$, błąd dynamiczny jest równy $\Delta y = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Dla $a = 1 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$, $T = 100 \text{ s}$, błąd dynamiczny jest równy $\Delta y = 1 \cdot 100 = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$



Rys. 4 Charakterystyka czasowa termometru dla liniowej zmiany temperatury mierzonej

3. Wyniki pomiarów oraz ich analiza

3.1 Wyniki pomiarów charakterystyki czasowej termometru.

Prędkość posuwu papieru w rejestratorze: 3 mm/s

Temperatura początkowa: $\vartheta_p = 20^\circ\text{C}$

Temperatura końcowa: $\vartheta_k = 100^\circ\text{C}$

Przyrost temperatury: $\Delta\vartheta = 100 - 20 = 80^\circ\text{C}$

Przyrost temperatury wyrażony w „mm wykresu” $\Delta\vartheta_{\text{mm}} = 147 \text{ mm wykresu}$

Przyrost temperatury równy 63,2% przyrostu ustalonego wyrażony w „mm wykresu” $0,632 \cdot \Delta\vartheta_{\text{mm}} = 0,632 \cdot 147 = 93 \text{ mm wykresu}$

Stała czasowa wyznaczona metodą stycznej $T_{\text{stycznej}} = \quad \text{s}$

Stała czasowa wyznaczona metodą 63,2% przyrostu temperatury $T_{0,632\%} = \quad \text{s}$

3.2 Ocena poprawności wyznaczenia stałej czasowej termometru.

Wyznaczoną stałą czasową wstawiamy do równania (2.6), które w przypadku wyrażania temperatury w mm wykresu przyjmie postać (3.1):

$$\Delta\vartheta_t(\tau) = \Delta\vartheta_{\text{mm}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \right] \quad (3.1)$$

Obliczamy przyrosty temperatury termometru w mm wykresu w wybranych chwilach czasu. Wyniki obliczeń zestawiono w tabelach Tab. 1 i Tab. 2. Obliczone punkty charakterystyki nanosimy na wykres otrzymany z pomiarów i oceniamy, czy punkty charakterystyki aproksymującej leżą blisko charakterystyki zmierzonej.

Tabela nr 1.

$\tau \left[\begin{smallmatrix} \text{mm} \\ \text{wykresu} \end{smallmatrix} \right]$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$\tau[\text{sek}]$	1,67	3,33	5	6,67	8,33	10	11,67	13,33	15	16,67	18,33
$\Theta_y \left[\begin{smallmatrix} \text{mm} \\ \text{wykresu} \end{smallmatrix} \right]$	119,24	141,76	146,0	146,81	146,96	146,99	147,0	147,0	147,0	147,0	147,0

Tabela nr 2.

$T_2 = 48 \text{ sek}$

$100\% = 149 \text{ mm}$

$63,2\% = 94 \text{ mm}$

$\tau \left[\begin{smallmatrix} \text{mm} \\ \text{wykresu} \end{smallmatrix} \right]$	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165
$\tau[\text{sek}]$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$\Theta_y \left[\begin{smallmatrix} \text{mm} \\ \text{wykresu} \end{smallmatrix} \right]$	14,54	27,65	39,45	50,09	59,68	68,32	76,10	83,11	89,43	95,13	100,26

4. Wnioski:

1. Wyznaczenie charakterystyki czasowej termometru bez osłony przez zanurzenie go we wrzącej wodzie.
2. Z charakterystyki czasowej nr 1 wyznaczono metodą 63,2% przyrostu sygnału stałą czasową $T_1 = 1$ sek.
3. Dla $T = 1$ sek. obliczono z równania (1) przebieg oczekiwany temperatury (tabela nr 1) i naniesiono odpowiednie punkty na wykres charakterystyki.
4. Obliczone punkty leżą blisko charakterystyki zmierzonej, wobec tego przyjmujemy, że stała czasowa T dobrze odzwierciedla wyniki pomiaru.
5. Wykonano również pomiar charakterystyki czasowej tego samego termometru podczas stygnięcia w powietrzu.
6. Stała czasowa tego termometru jest równa $T_2 = 48$ sek. i jest znacznie większa od stałej czasowej charakterystyki zmierzonej przez zanurzenie termometru w wodzie.
7. Charakterystyka termometru zmierzona podczas stygnięcia w powietrzu znacznie różni się od teoretycznej charakterystyki elementu inercyjnego 1 – ego rzędu. Prawdopodobnie jest to spowodowane zmianą oporu wnikania ciepła w konwekcyjnej wymianie ciepła.
8. Zmierzyliśmy również charakterystykę czasową termometru w osłonie z rurki stalowej nałożonej na termoparę, w której zawsze dokonuje się pomiaru w warunkach przemysłowych.